Agrégation de Systèmes d'Argumentation

Jérôme Delobelle Sébastien Konieczny Srdjan Vesic
CRIL, CNRS – Université d'Artois
Lens, France
{delobelle,konieczny,vesic}@cril.fr

Résumé

Depuis quelques années, le problème de l'agrégation de systèmes d'argumentation abstraits de Dung est étudié. Plusieurs approches concernant l'agrégation ont été proposées, aussi bien pour les opérateurs que pour les propriétés. Ce papier décrit ces différentes approches et propose de nouveaux opérateurs d'agrégation. Nous étudions ces opérateurs à la lumière des propriétés existantes et montrons qu'ils ne satisfont pas beaucoup de propriétés. Les conclusions de ce travail sont que, d'une part, aucun de ces opérateurs existants ne satisfait toutes les propriétés, mais, d'autre part, certaines propriétés proposées semblent trop fortes.

Abstract

The problem of aggregation within Dung's abstract argumentation frameworks has been studied by several researchers in recent years. Different aggregation approachs has been proposed as well as the properties they should satisfy. This paper departs from existing approachs and proposes new aggregation operators. We study these operators in light of the proposed properties and show that they do not satisfy a lot of proposed properties. The conclusions are that, on one hand, none of the existing operators seem fully satisfactory, but, on the other hand, some of the properties proposed so far seem also too demanding.

1 Introduction

L'argumentation est basée sur le principe d'interaction et d'évaluation des arguments. La théorie d'argumentation de Dung [12] s'appuie sur la notion de système d'argumentation représenté par un graphe binaire. Ce système prend en entrée un ensemble d'arguments et une relation binaire qui exprime une notion de contrariété (et plus particulièrement d'attaque) entre arguments. Le but étant de déterminer les ensembles d'arguments pouvant être conjointement acceptés à partir d'un graphe.

Le changement dans les systèmes d'argumentation est un sujet de recherche très actif depuis plusieurs années, avec notamment le problème d'évolution (révision) des systèmes d'argumentation [5, 3, 1, 11, 2]. Cependant, il existe peu de travaux concernant l'agrégation de systèmes d'argumentation. Celui-ci s'avère être un problème important pour les systèmes multi-agents : supposons que chaque membre d'un groupe d'agents possède son propre système d'argumentation, représentant ses croyances, le problème est de définir un système d'argumentation (social) qui représente les croyances du groupe. C'est une question importante en soi, mais également parce que le résultat peut être considérée comme la résultante d'un processus de négociation *idéal*, vis-à-vis duquel il est possible d'évaluer les résultats obtenus par des protocoles de négociation *réels* [4].

La majeure partie des travaux propose de nouveaux opérateurs d'agrégation [7, 20, 6, 15]. Dans cet article, nous nous focalisons sur les opérateurs conformes au cadre de Dung, ce qui signifie qu'ils doivent prendre, en entrée, un ensemble de systèmes d'argumentation abstraits classiques, et retourner soit un système d'argumentation abstrait (ou plus généralement un ensemble de systèmes d'argumentation), soit un ensemble d'extensions. C'est pourquoi certaines méthodes, telles que celle proposées par Gabbay et Rodrigues [15], retournant un ensemble ordonné d'arguments, ne sont pas prises en compte.

Une contribution intéressante est le travail effectué par Dunne et al. [14], où les auteurs définissent plusieurs propriétés "de rationalité" dédiées à ce type de méthodes d'agrégation sans, pour autant, vérifier si les opérateurs existants les satisfont.

C'est justement ce que nous proposons dans cet article. Nous vérifions quelles propriétés sont satisfaites par les opérateurs d'agrégation existants de la littérature. Nous proposons également une nouvelle méthode d'agrégation basée sur les WAF (Weighted Argumentation Frameworks) [13, 8]. Dans ces travaux, une des interprétations possibles à l'ajout de poids sur les attaques est qu'ils représentent le nombre d'agents en accord avec cette attaque. Nous regardons donc comment formaliser cette idée afin de définir de nouveaux opérateurs d'agrégation.

Les conclusions de ce travail sont que, d'un coté, aucuns des opérateurs existants ne semble totalement satisfaisant, mais, d'un autre côté, certaines propriétés proposées paraissent trop fortes. Des travaux sont donc encore nécessaires à la fois dans l'élaboration de nouveaux opérateurs et dans l'étude des propriétés.

Le papier est organisé comme suit. Dans la section suivante, nous fournissons l'état de l'art requis sur les systèmes d'argumentation. Les sections 3 et 4 sont, respectivement, des rappels sur les *weighted argumentation frameworks* et les opérateurs d'agrégation existants. Dans la section 5, nous étudions les propriétés de ces opérateurs. Dans la section 6, nous vérifions quelles propriétés sont satisfaites par les opérateurs existants. Dans la section 7, nous proposons une nouvelle méthode d'agrégation (plus précisément trois variantes), et étudions ses propriétés. Enfin, dans la section 8, nous résumons et discutons des résultats obtenus avant de conclure en section 9.

2 Préliminaires

Dans cette section, nous rappelons brièvement quelques éléments clés sur les systèmes d'argumentation abstraits proposés par Dung [12].

Définition 1 *Un* ***système d'argumentation (AF)*** *est un couple $F = \langle A, R\rangle$ où A est un ensemble fini d'entités abstraites appelées* ***arguments*** *et R une relation binaire sur A, i.e. $R \subseteq A \times A$, appelée* ***relation d'attaque****. Un ensemble d'arguments $S \subseteq A$ attaque un argument $b \in A$, si $\exists a \in S$, tel que $(a, b) \in R$. Pour un système d'argumentation $F = \langle A, R\rangle$, notons $Arg(F) = A$ et $Att(F) = R$.*

L'objectif est de déterminer les ensembles d'arguments qui peuvent être conjointement acceptés. Introduisons d'abord les notions d'ensemble sans conflit et d'acceptabilité :

Définition 2 *Soit $F = \langle A, R\rangle$ un système d'argumentation. Un ensemble $S \subseteq A$ est* ***sans-conflit*** *ssi il ne contient pas deux arguments $a, b \in S$ tels que $(a, b) \in R$. Un argument $a \in A$ est* ***acceptable*** *pour un ensemble d'arguments S ssi pour chaque argument $b \in A$, si $(b, a) \in R$, alors b est attaqué par S.*

Un ensemble d'arguments est **admissible** quand il est sans conflit et que chacun de ses arguments est acceptable pour cet ensemble. Afin de déterminer le statut d'acceptation de chaque argument, Dung propose plusieurs sémantiques d'acceptabilité qui définissent des ensembles d'arguments - appelés **extensions** - pouvant être acceptés conjointement. Dans cet article, nous nous focalisons sur ces sémantiques, $\forall S \subseteq A$:

- S est une extension **complète** de F ssi c'est un ensemble admissible et tous les arguments, qui sont acceptables pour S, appartiennent à S.
- S est une extension **préférée** de F ssi c'est un ensemble admissible maximal pour l'inclusion.
- S est une extension **stable** de F ssi c'est un ensemble admissible maximal pour l'inclusion et attaque tous les arguments qui n'appartiennent pas à S.
- S est une extension **de base** (ou *grounded*) de F ssi c'est le plus petit point fixe de la fonction caractéristique de F (H : $2^A \rightarrow 2^A$ avec H(S) = $\{$a $|$ a est acceptable pour S$\}$).

Notons $\mathcal{E}_\sigma$(F) l'ensemble des extensions de F pour les sémantiques $\sigma \in \{$**comp**(lète), **pref**(érée), **sta**(ble), **gr**(ounded)$\}$.

Définissons, maintenant, le statut d'acceptabilité de chaque sous-ensemble d'arguments. Un argument a est **sceptiquement** accepté ssi il existe au moins une extension et a appartient à toutes les extensions. Un argument est **crédulement** accepté ssi il appartient à au moins une extension. Notons $sa_\sigma(F)$ (respectivement $ca_\sigma(F)$) l'ensemble des arguments sceptiquement (resp. crédulement) acceptés dans F.

3 Weighted Argumentation Frameworks

Dans cette partie, nous nous intéressons à une expansion des systèmes de Dung auxquels on ajoute un poids sur les attaques [13, 8, 9].

Définition 3 *Un Weighted Argumentation Framework est un triplet $WF = \langle A, R, w\rangle$ où $\langle A, R\rangle$ est un système d'argumentation de Dung, et $w : A \times A \rightarrow \mathbb{N}$ est une fonction qui associe un entier naturel à chaque attaque (i.e. $w(a, b) > 0$ ssi $(a, b) \in R$), zéro sinon (i.e. $w(a, b) = 0$ ssi $(a, b) \notin R$).*

Notons $\overline{WF}$ le système d'argumentation standard correspondant au WF obtenu en retirant les poids, i.e. si WF $= \langle A, R, w\rangle$ alors $\overline{WF} = \langle A, R\rangle$. Nous montrons, plus tard, comment utiliser les WAF afin d'agréger plusieurs AF. Dans ce but, commençons par rappeler deux méthodes existantes visant à exploiter les poids d'un WAF : les *relaxing extensions* et les *best extensions*.

3.1 Relaxing Extensions

A l'origine, les WAF ont été introduit dans le but de garantir l'obtention d'extensions non-triviales [13]. L'idée est de supprimer certaines attaques afin de rendre les extensions non-triviales. Les définition suivantes ont été définis par Coste-Marquis et al. [9] :

Définition 4 *Une fonction d'agrégation $\oplus$ est une fonction de $\mathbb{N}^n$ vers $\mathbb{N}$ telle que :*
- *si $x_i \geq x'_i$, alors $\oplus(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n) \geq \oplus(x_1, \ldots, x'_i, \ldots, x_n)$*
- *$\oplus(x_1, \ldots, x_n) = 0$ ssi pour tout i, $x_i = 0$*
- *$\oplus(x) = x$.*

Définition 5 *Soient $WF = \langle A, R, w\rangle$ un weighted argumentation framework, $\otimes$ une fonction d'agrégation et σ une sémantique. L'agrégation des poids sur les attaques pour un ensemble $S \subseteq R$ est $w_\otimes(S, w) = \otimes_{(a,b)\in S} w(a, b)$.*
La fonction $Sub(R,w,\beta)$ retourne l'ensemble des sous-ensembles de R dont le poids total n'excède pas β : $Sub(R, w, \beta) = \{S \mid S \subseteq R \text{ et } w_\otimes(S, w) \leq \beta\}$. L'ensemble des relaxing extensions *($\sigma_\otimes^\beta$-extensions) de WF, noté $\mathcal{E}_\sigma^{\otimes,\beta}(WF)$, est défini comme suit : $\mathcal{E}_\sigma^{\otimes,\beta}(\langle A, R, w\rangle) = \{E \in \mathcal{E}_\sigma(\langle A, R\backslash S\rangle) \mid S \in Sub(R, w, \beta)\}$.*

Contrairement aux ensembles de Dung où il existe une extension de base unique, il est possible d'en obtenir plusieurs en utilisant les *relaxing extensions*. De plus, il existe des cas où l'ensemble vide est présent dans l'ensemble des *relaxing extensions*, ce qui peut poser problème lors de l'utilisation de l'inférence sceptique. La définition suivante permet de supprimer cet ensemble vide de l'ensemble des extensions tout en choisissant la valeur de β la plus intéressante, ce qui revient à prendre la plus petite valeur permettant d'obtenir une extension non-triviale (pour la sémantique choisie) :

Définition 6 *Etant donné un weighted argumentation framework $WAF = \langle A, R, w\rangle$, une sémantique σ et une fonction d'agrégation $\otimes$, l'ensemble des $\sigma_\otimes$-extensions du WAF, noté $\mathcal{E}_\sigma^\otimes(WF)$ est défini comme $\mathcal{E}_\sigma^\otimes(\langle A, R, w\rangle) = \underline{\mathcal{E}_\sigma^{\otimes,\beta}(\langle A, R, w\rangle)}$ où[1] :*
- *$\mathcal{E}_\sigma^{\otimes,\beta}(\langle A, R, w\rangle)$ est non-trivial[2],*
- *Il n'existe pas de $\beta' < \beta$ tel que $\mathcal{E}_\sigma^{\otimes,\beta'}(\langle A, R, w\rangle)$ est non-trivial,*
- *Pour un ensemble $\mathcal{E}$ d'extensions, $\underline{\mathcal{E}} = \mathcal{E} \setminus \{\emptyset\}$.*

1. Nous ajoutons une troisième condition comparé à [9], afin de directement encoder l'inférence sceptique non-triviale.
2. Un ensemble d'extensions est non-trivial s'il existe au moins une extension non-triviale.

3.2 Best Extensions

En général, un système d'argumentation peut admettre un nombre important d'extensions pour une sémantique donnée. En utilisant les WAF, Coste-Marquis et al. [8] montrent qu'il est possible de tirer avantage des poids sur les attaques, afin de sélectionner les extensions pouvant le mieux se défendre elles-mêmes. Ce processus consiste, dans un premier temps, à calculer puis à comparer les scores obtenues par chaque extensions :

Définition 7 *Soit $WAF = \langle A, R, w\rangle$ un weighted argumentation framework. Soient E et F deux extensions de $\overline{WF}$ pour une sémantique donnée σ et $\oplus$ une fonction d'agrégation. La $\oplus$-attaque de E vers F est : $S_\oplus(E \to F) = \oplus_{a\in E, b\in F} w(a, b)$. Alors $E >_\oplus F$ ssi $S_\oplus(E \to F) > S_\oplus(F \to E)$.*

Une fois les scores calculés, Coste-Marquis et al. [8] proposent quatre façons intuitives d'exploiter l'ordre $>_\oplus$ afin de sélectionner les meilleures extensions. Par rapport à la définition originale, nous ajoutons un paramètre qui nous sera utile afin de définir de nouveaux opérateurs d'agrégation dans la section 7.

Définition 8 *Soient WF un weighted argumentation framework et X un ensemble tel que $\forall x \in X$, $x \subseteq Arg(WF)$. Soit $\oplus$ une fonction d'agrégation. Alors :*
- *$best_1^\oplus(X, WF) = \{E \in X \mid \nexists E' \in X, E' >_\oplus E\}$*
- *$best_2^\oplus(X, WF) = argmax_{E\in X} |\{E' \in X \mid E >_\oplus E'\}|$*
- *$best_3^\oplus(X, WF) = argmax_{E\in X} |\{E' \in X \mid E >_\oplus E'\}| - |\{E' \in X \mid E' >_\oplus E\}|$*
- *$best_4^\oplus(X, WF) = argmax_{E\in X} KS_\oplus(E)$, avec $KS_\oplus(E) = min_{E'\in X, E'\neq E}(S_\oplus(E \to E'))$*

Définition 9 *Soient WF un weighted argumentation framework et $\oplus$ une fonction d'agrégation. Alors, $\forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$, $best_i^{\sigma,\oplus}(WF) = best_i^\oplus(\mathcal{E}_\sigma(\overline{WF}), WF)$.*

La première règle sélectionne les extensions qui ne sont jamais battues par d'autres extensions. Cette méthode peut retourner l'ensemble vide comme résultat, ce qui n'est pas le cas des autres fonctions. La seconde approche sélectionne les extensions en comptant celles qui battent le plus d'autres extensions. La troisième règle est similaire à la règle de Copeland [18], car le score d'une extension E correspond à la différence entre le nombre d'extensions battues par E et le nombre d'extensions qui battent E. Enfin, la dernière règle sélectionne les extensions ayant obtenues le score minimal le plus élevé contre d'autres extensions. Cette règle est étroitement liée à la règle de vote de Kramer-Simpson [19, 17].

4 Opérateurs d'Agrégation

Certains opérateurs d'agrégation de systèmes d'argumentation [7] se sont inspirés des opérateurs de fusion en logique propositionnelle [16]. Le but étant de sélectionner les systèmes d'argumentation étant les plus proches possibles de la position du groupe, en utilisant une notion de distance entre ces systèmes d'argumentation et le profil du groupe.
A partir de maintenant, nous faisons l'hypothèse que tous les systèmes d'argumentation sont définis sur le même ensemble d'arguments [3] $\mathcal{X}$. Notons $\mathbb{AF}$ l'ensemble de tous les systèmes d'argumentation définis à partir de $\mathcal{X}$.

Définition 10 *Soient $p = \langle AF_1, \ldots, AF_n \rangle$ un profil, d une distance entre AF, et $\oplus$ une fonction d'agrégation. L'opérateur d'agrégation $\triangle_d^{\oplus}$ est défini comme suit : $\triangle_d^{\oplus}$ $(\langle AF_1, \ldots, AF_2 \rangle) = \{AF \in \mathbb{AF} \mid AF$ minimise $\oplus_{i=1}^n d(AF, AF_i)\}$.*

La distance utilisée dans l'article de Coste-Marquis et al. est l'*edit distance* (de), qui est équivalente, dans notre cas, à la cardinalité de la différence symétrique entre les deux relations d'attaque. Les exemples typiques de fonction d'agrégation sont la *somme* (Σ) et le *leximax*. Nous nous focaliserons sur ces deux fonctions dans la suite de l'article.
Inspirés des méthodes de vote, d'autres opérateurs d'agrégation ont été définis par Tohmé et al. [20] avec, en particulier, la méthode *qualified voting* :

Définition 11 *Soient $p = \langle AF_1, \ldots, AF_n \rangle$ un profil et $U \subset \{AF_1, \ldots, AF_n\}$. Qualified voting est définie par $QV(\langle AF_1, \ldots, AF_n \rangle) = (A, R)$, où A est l'ensemble des arguments utilisés par les agents, et $R = \{(a,b) \mid a, b \in A$ et $|\{AF_i : (a,b) \in Att(AF_i)\}| > max(|\{AF_i : (b,a) \in Att(AF_i)\}|, |\{AF_i : (a,b) \notin Att(AF_i)$ et $(b,a) \notin Att(AF_i)\}|)$ et $U \subseteq \{AF_i \mid (a,b) \in Att(AF_i)\}\}$.*

5 Propriétés des Fonctions d'Agrégation

Dunne et al. [14] proposent plusieurs propriétés rationnelles visant à caractériser l'agrégation d'un ensemble de systèmes d'argumentation. Ces propriétés sont basées sur l'adaptation des propriétés provenant de la théorie de choix social au cadre des systèmes d'argumentation.
Rappelons que $\mathbb{AF}$ représente l'ensemble de tous les systèmes d'argumentation définis à partir d'un ensemble (fini) d'arguments et nous supposons que tous les agents possèdent le même ensemble d'arguments. Notons $\mathcal{N}$ l'ensemble de tous les agents. Une fonction d'agrégation γ est définie par $\gamma : \mathbb{AF}^n \rightarrow \mathbb{AF}$. Notons $\hat{F} = (F_1, \ldots, F_n)$ un tuple de $\mathbb{AF}^n$. Sauf indication contraire, toutes les propriétés sont définies $\forall \hat{F} \in \mathbb{AF}^n$.

Anonymat. La fonction d'agrégation γ est **anonyme** si, pour toutes permutations $\Pi(\hat{AF})$ en entrée, la fonction retourne le même système d'argumentation.
(ANO) $\quad \forall \hat{F}' \in \Pi(\hat{F}) : \gamma(\hat{F}) = \gamma(\hat{F}')$

Non-Trivialité. Un système d'argumentation est considéré comme non-trivial, pour une sémantique σ, s'il possède au moins une extension non-vide : $|\mathcal{E}_\sigma(F)| \geqslant 1$ et $\mathcal{E}_\sigma(F) \neq \{\emptyset\}$. Notons $\mathbb{AF}_{NT_\sigma}$ l'ensemble des systèmes d'argumentation non-triviaux pour une sémantique σ. La fonction d'agrégation γ est **σ-fortement non-triviale** si l'AF en sortie est toujours non-trivial :
(σ-SNT) $\quad \gamma(\hat{F}) \in \mathbb{AF}_{NT_\sigma}$
La fonction d'agrégation γ est **σ-faiblement non-triviale** si, quand tous les systèmes d'argumentation en entrée sont non-triviaux, alors l'AF en sortie est non-trivial :
(σ-WNT) $\quad \forall \hat{F} \in \mathbb{AF}^n_{NT_\sigma} : \gamma(\hat{F}) \in \mathbb{AF}_{NT_\sigma}$

Décisive. Un système d'argumentation est décisif, pour une sémantique σ, s'il possède exactement une extension non-vide : $|\mathcal{E}_\sigma(F)| = 1$ et $\mathcal{E}_\sigma(F) \neq \{\emptyset\}$. Notons $\mathbb{AF}_{D_\sigma}$ l'ensemble des systèmes d'argumentation décisifs pour une sémantique σ. La fonction d'agrégation γ est **σ-fortement décisive** si l'AF en sortie est toujours décisif :
(σ-SD) $\quad \gamma(\hat{F}) \in \mathbb{AF}_{D_\sigma}$
La fonction d'agrégation γ est **σ-faiblement décisive** si, quand tous les systèmes d'argumentation en entrée sont décisifs, alors l'AF en sortie est décisif :
(σ-WD) $\quad \forall \hat{F} \in \mathbb{AF}^n_{D_\sigma} : \gamma(\hat{F}) \in \mathbb{AF}_{D_\sigma}$

Unanimité. Cette propriété spécifie que si tous les agents sont unanimes sur un aspect du domaine (extensions, attaques, ...), pour une sémantique σ, alors cette unanimité doit être reflétée dans le système d'argumentation de sortie.
• **Attaque unanime** concerne les attaques :
(UA) $\quad \bigcap_{k=1}^{n} Att(F_k) \subseteq Att(\gamma(\hat{F}))$
• **σ-unanime** concerne les extensions :
(σ-U) $\quad \bigcap_{k=1}^{n} \mathcal{E}_\sigma(F_k) \subseteq \mathcal{E}_\sigma(\gamma(\hat{F}))$
• **ca_σ-unanime** concerne l'inférence crédule :

3. Nous simplifions les définitions des AF en entrée par rapport aux systèmes d'argumentation partiels définis par Coste-Marquis et al. [7]. Ces systèmes permettent de représenter l'ignorance d'un agent sur le fait qu'une attaque existe ou non, mais nécessitent une étape préliminaire pour l'agrégation.

(ca_σ-U) $\bigcap_{k=1}^{n} ca_\sigma(F_k) \subseteq ca_\sigma(\gamma(\hat{F}))$

• **sa_σ-unanime** concerne l'inférence sceptique :

(sa_σ-U) $\bigcap_{k=1}^{n} sa_\sigma(F_k) \subseteq sa_\sigma(\gamma(\hat{F}))$

Majorité. Si une stricte majorité d'agents sont d'accord sur un aspect du domaine, alors cette majorité doit être reflétée dans le système d'argumentation de sortie.

• **Attaque majoritaire** concerne les attaques :

(MAJ-A)
$(|\{F_i : a \in Att(F_i)\}| > \frac{n}{2}) \Rightarrow a \in Att(\gamma(\hat{F}))$

• **σ-majoritaire** concerne les extensions :

(σ-MAJ)
$(|\{F_i : S \in \mathcal{E}_\sigma(F_i)\}| > \frac{n}{2}) \Rightarrow S \in \mathcal{E}_\sigma(\gamma(\hat{F}))$

• **ca_σ-majoritaire** concerne l'inférence crédule :

(ca_σ-MAJ)
$(|\{F_i : x \in ca_\sigma(F_i)\}| > \frac{n}{2}) \Rightarrow x \in ca_\sigma(\gamma(\hat{F}))$

• **sa_σ-majoritaire** concerne l'inférence sceptique :

(sa_σ-MAJ)
$(|\{F_i : x \in sa_\sigma(F_i)\}| > \frac{n}{2}) \Rightarrow x \in sa_\sigma(\gamma(\hat{F}))$

Fermeture. Cette propriété stipule que la fonction d'agrégation ne doit rien inventer, i.e. si elle produit un aspect du domaine quelconque en sortie, alors cet aspect doit être obligatoirement présent en entrée.

• **Fermeture** dit que le graphe de sortie doit correspondre exactement à un des graphes d'entrée :

(CLO) $\exists i \in \mathcal{N} : Att(\gamma(\hat{F})) = Att(F_i)$

• **Attaque fermée** concerne les attaques :

(AC) $Att(\gamma(\hat{F})) \subseteq Att(F_1) \cup \ldots \cup Att(F_n)$

• **σ-fermeture** concerne les extensions :

(σ-C) $\forall S \in \mathcal{E}_\sigma(\gamma(\hat{F})) : S \in \bigcup_{k=1}^{n} \mathcal{E}_\sigma(F_k)$

• **ca_σ-fermeture** concerne l'inférence crédule :

(ca_σ-C) $\forall x \in ca_\sigma(\gamma(\hat{F})) : x \in \bigcup_{k=1}^{n} ca_\sigma(F_k)$

• **sa_σ-fermeture** concerne l'inférence sceptique :

(sa_σ-C) $\forall x \in sa_\sigma(\gamma(\hat{F})) : x \in \bigcup_{k=1}^{n} sa_\sigma(F_k)$

Tohmé et al. [20] proposent également plusieurs propriétés inspirées de la théorie de choix social permettant la caractérisation des bons opérateurs d'agrégation. Ils proposent une propriété, appelée *Pareto condition*, qui correspond exactement à Attaque unanime (UA), et une propriété de non-dictateur, qui est satisfaite par tout opérateur d'agrégation raisonnable. Les deux autres propriétés sont les suivantes :

Réponse positive. Cette propriété dit que le fait d'augmenter le nombre d'agents en accord avec une attaque ne doit pas diminuer les chances que cette attaque apparaisse dans l'AF de sortie :

(PR) Soient $\hat{F}$ et $\hat{F}'$ deux profils de $\mathbb{AF}^n$. Si $\{F_i \in \hat{F} \mid (a,b) \in Att(F_i)\} \subseteq \{F'_i \in \hat{F}' \mid (a,b) \in Att(F'_i)\}$, et $(a,b) \in Att(\gamma(\hat{F}))$, alors $(a,b) \in Att(\gamma(\hat{F}'))$

Indépendance des alternatives non-pertinentes. La décision qu'une attaque existe ou non en sortie doit uniquement prendre en compte les attaques entre ces deux arguments dans les AF en entrée :

(IIA) Soient $\hat{F}$ et $\hat{F}'$ deux profils de $\mathbb{AF}^n$. Si $(\forall i \ (a,b) \in Att(F_i)$ ssi $(a,b) \in Att(F'_i))$, alors $((a,b) \in Att(\gamma(\hat{F}))$ ssi $(a,b) \in Att(\gamma(\hat{F}')))\})$

Ce n'est pas mentionné dans [20] mais il est facile de montrer que PR implique IIA :

Proposition 1 *Réponse positive implique Indépendance des alternatives non-pertinentes.*

Une propriété basique nous semble manquante parmi celles déjà proposées : il s'agit d'une propriété d'identité. Si on a une unique entrée (éventuellement dupliquée un certain nombre de fois), le résultat doit être identique a l'entrée (nous ne contraignons pas le cas ou l'entrée est triviale, car dans ce cas, il peut être intéressant de résoudre cette trivialité) :

• **Attaque Identité** concerne les attaques :

(A-ID) $Att(\gamma(F, \ldots, F)) = Att(F)$

• **σ-Identité** concerne les extensions :

(σ-ID) $\forall F \in \mathbb{AF}_{NT_\sigma} : \mathcal{E}_\sigma(\gamma(F, \ldots, F)) = \mathcal{E}_\sigma(F)$

• **ca_σ-Identité** concerne l'inférence crédule :

(ca_σ-ID) $\forall F \in \mathbb{AF}_{NT_\sigma} : ca_\sigma(\gamma(F, \ldots, F)) = ca_\sigma(F)$

• **sa_σ-Identité** concerne l'inférence sceptique :

(sa_σ-ID) $\forall F \in \mathbb{AF}_{NT_\sigma} : sa_\sigma(\gamma(F, \ldots, F)) = sa_\sigma(F)$

Ces quatres propriétés peuvent être vue comme un cas particulier de la propriété d'unanimité. Dans le cas où l'on fusionne un unique système d'argumentation (qui correspond aux croyances d'un agent) alors la propriété stipule que l'opérateur ne doit pas changer cet AF. Même si cette propriété semble assez intuitive, elle n'est cependant pas respectée par toutes les méthodes d'agrégation.

6 Propriétés des Opérateurs Existants

Commençons par vérifier quelles sont les propriétés satisfaites par les opérateurs d'agrégation de Coste-Marquis et al. [7]. Rappelons que les propriétés introduites par Dunne et al. sont définies pour un unique AF en sortie, alors que ces opérateurs peuvent en retourner plusieurs. Nous généralisons donc les propriétés de la section précédente comme suit : au lieu de déterminer si une propriété est satisfaite pour l'*unique* AF en sortie, on demande que cette propriété soit satisfaite pour *tous* les AF en sortie. En suivant ce raisonnement, il est possible de généraliser très simplement une grande partie des propriétés à l'exception de la propriété IIA. Si on ajoute cela au fait que PR implique IIA, nous décidons de ne pas considérer cette propriété par la suite.

Proposition 2 $\triangle_{de}^{\Sigma}$ *satisfait Anonymat (ANO), les propriétés d'Identité (A-ID, σ-ID, ca_σ-ID, sa_σ-ID), les propriétés d'Attaque unanime (UA), Attaque majoritaire (MAJ-A), Attaque fermée (AC) et Réponse positive (PR) pour toutes sémantiques $\sigma \in \{comp, pref, sta, gr\}$. Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.*

Vérifions maintenant s'il y a plus de propriétés satisfaites quand le leximax est utilisé comme fonction d'agrégation.

Proposition 3 $\triangle_{de}^{leximax}$ *satisfait Anonymat (ANO), les propriétés d'Identité (A-ID, σ-ID, ca_σ-ID, sa_σ-ID), les propriétés d'Attaque unanime (UA), attaque fermée (AC) et Réponse positive (PR) pour toutes sémantiques $\sigma \in \{comp, pref, sta, gr\}$. Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.*

Enfin, regardons quelles propriétés sont satisfaites par la méthode *qualified voting* [20].

Proposition 4 *QV satisfait gr-faiblement non triviale (gr-WNT), gr-faiblement decisive (gr-WD), Attaque fermée (AC) et Réponse positive (PR). Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.*

7 Utilisation des WAF pour l'Agrégation d'AF

Dans cette section, nous proposons trois nouvelles méthodes d'agrégation basées sur les WAF. Quand les WAF ont été introduit [13, 8, 9] une des interprétations possibles concernant les poids sur les attaques est qu'ils peuvent représenter le nombre d'agents en accord avec cette attaque. Nous utilisons donc cette interprétation afin de définir des opérateurs d'agrégation d'AF tout en utilisant les techniques développées pour les WAF en section 3.

7.1 FUS$_{All}$

Un première méthode, notée FUS_{All}, consiste à prendre en entrée un ensemble de système d'argumentation de Dung (représentant les croyances de chaque agent), afin de les fusionner pour obtenir un Weighted Argumentation Framework (WAF). Puis, à partir de ce WAF, nous appliquons une des quatre méthodes *best* (voir section 3.2) afin d'obtenir, en sortie, un ensemble d'extensions représentant le résultat de cette fusion.

Définition 12

$$\mathrm{FUS}_{All}^{best_i^{\sigma,\oplus}}(\hat{AF}) = best_i^{\sigma,\oplus}(waf(\hat{AF}))$$

où $waf(\hat{AF}) = \langle A, R, w\rangle$, avec :

- $A = \mathcal{X}$,
- $R = \bigcup_{i=1}^{n} R_i$,
- *et* $w(a,b) = |\{AF_i \in \hat{AF} \mid (a,b) \in R_i\}|$.

Notons que la construction du $waf(\hat{AF})$ est exactement la même que celle proposée par Cayrol et Lagasquie-Schiex [6] si on normalise le poids sur les attaques. Cependant, dans [6], rien n'est dit à propos de l'utilisation possible de ce WAF. Nous proposons d'utiliser les méthodes *best* afin de trouver les meilleurs extensions possibles.

Vérifions maintenant quelles propriétés sont satisfaites par FUS_{All}. Il est important de noter que ces opérateurs retournent un ensemble d'extensions. Par conséquent, certaines propriétés, basées sur les attaques, telles que Attaque unanime (UA), Attaque majoritaire (MAJ-A), Fermeture (CLO), Attaque fermée (AC), Attaque Identité (ID-A) et Réponse positive (PR) ne sont pas applicables dans ce cadre. Nous rappelons également que nous nous focalisons sur les sémantiques principales définies par Dung : $\sigma \in \{comp, pref, sta, gr\}$. Enfin, concernant les méthodes *best*, nous choisissons d'étudier les quatres méthodes proposées utilisant la somme et le max comme fonction d'agrégation ($\oplus \in \{\Sigma, max\}$).

Proposition 5 *Soient $\sigma \in \{comp, pref, sta, gr\}$ une sémantique et $\oplus \in \{\Sigma, max\}$ une fonction d'agrégation.* FUS$_{All}$ *satisfait Anonymat (ANO) et les propriétés gr-Identité (gr-ID), ca_{gr}-Identité (ca_{gr}-ID) et sa_{gr}-Identité (sa_{gr}-ID) quelle que soit la méthode best utilisée. Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.*

Une des propriétés non satisfaites est la propriété de non-trivialité, mettant en avant le fait que FUS_{All} ne garantit pas toujours de retourner un résultat non-trivial, même si les AF en entrée sont tous non-triviaux.

7.2 FUS$_{AllNT}$

Une solution permettant de satisfaire la non-trivialité, et donc d'assurer l'obtention d'un ensemble d'extensions de $\overline{WF}$ non-nul, est d'utiliser les *relaxing extensions* [9].

Définition 13

$$\mathrm{FUS}_{AllNT}^{\sigma,best_i^{\oplus},\otimes}(\hat{AF}) = best_i^{\oplus}(\mathcal{E}_\sigma^{\otimes}(\overline{waf(\hat{AF})}, waf(\hat{AF})))$$

où $waf(\hat{AF}) = \langle A, R, w\rangle$, avec :

— $A = \mathcal{X}$,
— $R = \bigcup_{i=1}^{n} R_i$,
— *et* $w : w(a,b) = |\{AF_i \in \hat{AF} \mid (a,b) \in R_i\}|$.

Concernant la fonction d'agrégation utilisée pour les *relaxing extensions*, nous nous focalisons uniquement sur la somme ($\otimes = \Sigma$).

Proposition 6 *Soient* $\sigma \in \{comp, pref, sta, gr\}$ *une sémantique,* $\oplus \in \{\Sigma, max\}$ *et* $\otimes = \Sigma$ *deux fonctions d'agrégation.* FUS_{AllNT} *satisfait Anonymat (ANON),* σ*-fortement non-triviale (*σ*-SNT),* σ*-faiblement non triviale (*σ*-WNT) ainsi que les propriétés gr-Identité (gr-ID),* ca_{gr}*-Identité (*ca_{gr}*-ID) et* sa_{gr}*-Identité (*sa_{gr}*-ID) quelle que soit la méthode best utilisée. Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.*

Cet opérateur est intéressant dans le cas où l'on veut prendre en considération toutes les attaques données par les agents. Cependant, le résultat ne représente pas toujours l'opinion de la majorité. Par exemple, supposons qu'en entrée nous ayons neuf AF avec $A = \{a, b\}$ et $R = \{\}$ et un AF avec les mêmes arguments mais $R = \{(a, b)\}$. Si on fusionne ces dix AF en utilisant un des deux opérateurs d'agrégation proposés précédemment, alors l'attaque (a, b), proposée seulement par un agent, sera présente dans le système résultant. Cela va clairement à l'encontre de l'opinion exprimée par la majorité.

7.3 FUS$_{MajNT}$

Afin de contrer ce problème d'agent « isolé » (ou d'une minorité d'agents), une solution possible est d'utiliser la majorité lors de la construction du *weighted argumentation framework*. En effet, au lieu de représenter, dans le WAF, toutes les attaques ayant au moins un agent en accord avec elle, nous sélectionnons les attaques étant acceptées par une majorité stricte d'agents.

Définition 14

$$\text{FUS}_{MajNT}^{\sigma, best_i^{\oplus}, \otimes}(\hat{AF}) = best_i^{\oplus}(\mathcal{E}_{\sigma}^{\otimes}(\overline{mwf(\hat{AF})}, mwf(\hat{AF})))$$

où $mwf(\hat{AF}) = \langle A, R, w \rangle$*, avec :*
— $A = \mathcal{X}$,
— $R = \{(a,b) \mid |\{AF_i \mid (a,b) \in Att(AF_i)\}| > \frac{n}{2}\}$,
— *et* $w(a,b) = |\{AF_i \in \hat{AF} \mid (a,b) \in R_i\}|$ *si* $(a,b) \in R$*, et* $= 0$ *sinon.*

De la même façon que pour les autres méthodes, vérifions quelles sont les propriétés satisfaites par la méthode FUS_{MajNT}.

Proposition 7 *Soient* $\sigma \in \{comp, pref, sta, gr\}$ *une sémantique,* $\oplus \in \{\Sigma, max\}$ *et* $\otimes = \Sigma$ *deux fonctions d'agrégation.* FUS_{MajNT} *satisfait Anonymat (ANON),* σ*-fortement non-triviale (*σ*-SNT),*σ*-faiblement non-triviale (*σ*-WNT) et les propriétés gr-Identité (gr-ID),* ca_{gr}*-Identité (*ca_{gr}*-ID) et* sa_{gr}*-Identité (*sa_{gr}*-ID) quelle que soit la méthode best utilisée. Les autres propriétés ne sont pas satisfaites.*

Il est important de noter que malgré le fait d'utiliser la majorité lors de la construction du WAF, les propriétés de majorité ne sont pas satisfaites par FUS_{MajNT}.

8 Discussion

La Table 1 résume les propriétés satisfaites par toutes les méthodes d'agrégation étudiées dans cet article. Une croix $\times$ signifie que la propriété n'est pas satisfaite, le symbole ✓ signifie que la propriété est satisfaite pour toutes les sémantiques (gr, comp, sta et pref), $✓^{\sigma}$ signifie que la propriété est satisfaite par la sémantique σ, et le symbole − signifie que la propriété n'est pas applicable à l'opérateur (car le type de retour de l'opérateur n'est pas compatible avec la contrainte établie par la règle).

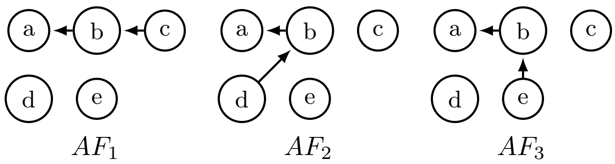
Properties	Δ_{de}^{Σ}	$\Delta_{de}^{leximax}$	QV	FUS_{All}	FUS_{AllNT}	FUS_{MajNT}
ANON	✓	✓	×	✓	✓	✓
σ-SNT	×	×	×	×	✓	✓
σ-WNT	×	×	$✓^{gr}$	×	✓	✓
σ-SD	×	×	×	×	×	×
σ-WD	×	×	$✓^{gr}$	×	×	×
UA	✓	✓	×	-	-	-
σ-U	×	×	×	×	×	×
ca_{σ}-U	×	×	×	×	×	×
sa_{σ}-U	×	×	×	×	×	×
MAJ-A	✓	×	×	-	-	-
σ-MAJ	×	×	×	×	×	×
ca_{σ}-MAJ	×	×	×	×	×	×
sa_{σ}-MAJ	×	×	×	×	×	×
CLO	×	×	×	-	-	-
AC	✓	✓	✓	-	-	-
σ-C	×	×	×	×	×	×
ca_{σ}-C	×	×	×	×	×	×
sa_{σ}-C	×	×	×	×	×	×
A-ID	✓	✓	×	-	-	-
σ-ID	✓	✓	×	$✓^{gr}$	$✓^{gr}$	$✓^{gr}$
ca_{σ}-ID	✓	✓	×	$✓^{gr}$	$✓^{gr}$	$✓^{gr}$
sa_{σ}-ID	✓	✓	×	$✓^{gr}$	$✓^{gr}$	$✓^{gr}$
PR	✓	✓	✓	-	-	-

TABLE 1 – Propriétés satisfaites par les opérateurs d'agrégation étudiés

Il est clair que peu de propriétés sont satisfaites par les opérateurs d'agrégation existants. Deux explications (non-exclusives) sont possibles : soit les opérateurs existants ne sont pas satisfaisant du côté des

propriétés de rationalité, soit les propriétés sont trop fortes. Nous sommes d'avis que les deux sont vraies dans une certaine mesure ; cela signifie qu'une étude plus approfondie est nécessaire à la fois dans la définition d'un ensemble de propriétés rationnelles qui capture plus adéquatement le comportement souhaitable d'un opérateur d'agrégation, mais que l'on doit également tenter de définir de meilleurs opérateurs d'agrégation de systèmes d'argumentation.
Commençons par argumenter sur le fait que certaines propriétés sont trop fortes. Pour cela, nous utilisons un contre-exemple simple et intuitif qui contredit pas moins de neuf propriétés.

Exemple 1 *Soient AF_1, AF_2 et AF_3 trois systèmes d'argumentation, représentés sur la Figure 1, possédant tous la même (unique) extension complète/préférée/stable/de base : $\{a,c,d,e\}$.*



Résultat de l'agrégation souhaité :

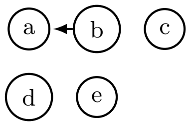


FIGURE 1 – Exemple contredisant les propriétés de majorité, d'unanimité et de fermeture

Ce résultat peut paraître, à première vue, illogique si on regarde les extensions obtenues (et de ce fait les arguments acceptés). En effet, chaque AF_i possédant la même extension {a,c,d,e}, on pourrait s'attendre à voir cette extension comme étant le résultat de l'agrégation. Cependant, en regardant plus attentivement cet exemple, on remarque que cette même extension est obtenue pour des raisons différentes. Chaque agent possède une raison (argument) pour rejeter b, mais cette attaque est contestée par tous les autres agents, ce qui peut être considéré comme une erreur pour cet agent. Il semble donc plus naturel de rejeter toutes les attaques de b du résultat de l'agrégation, ce qui a pour conséquence d'obtenir l'extension {b,c,d,e} à la place de {a,c,d,e}. De plus, ce résultat est obtenu en utilisant la méthode majoritaire (vote majoritaire sur la relation d'attaque) : tous les AF_i sont d'accord sur le fait que b attaque a, alors que toutes les autres attaques ne possèdent au maximum qu'un agent qui les supporte. C'est notamment le résultat obtenu en utilisant l'opérateur FUS_{MajNT}. Néanmoins, ce raisonnement va à l'encontre des propriétés d'unanimité, de majorité et de fermeture liées aux extensions et aux arguments acceptés sceptiquement/crédulement [4]. Donc si le résultat proposé dans l'exemple est jugé désirable, les seules propriétés qui ne semblent pas problématiques sont celles basées sur les relations d'attaque entre arguments.

Nous voulons insister sur le fait que, sur cet exemple, uniquement trois systèmes d'argumentation sont utilisés, mais il est possible de le généraliser à 100 agents (et 102 arguments) soutenant tous que b attaque a, et, pour chaque agent i, il existe une seule attaque supplémentaire entre un argument a_i et b (qu'il est le seul à posséder). Dans ce cas, la notion de quasi-unanimité (tous les agents sauf un sont contre les autres attaques) est beaucoup plus flagrante.

Les propriétés décisives (σ-WD et σ-SD) semblent également trop fortes car elles vont à l'encontre de la plupart des sémantiques retournant un ensemble d'extensions (et sont triviales pour celles qui acceptent au plus une extension), c'est pourquoi nous proposons de ne pas les inclurent dans la liste des propriétés de base.

Fondamentalement, nous pensons que les propriétés proposées sont plus ou moins des traductions directes des propriétés provenant de la théorie de choix social. Cela représente en soi une première étape importante. Cependant, les systèmes d'argumentation possèdent une structure plus importante que les ensembles de candidats utilisés dans les problèmes de vote, et cette structure doit être prise en considération. Nous soutenons que ces spécificités structurales invalident la plupart des propriétés provenant de la théorie de choix social. Cela ne veut pas dire qu'elles sont sans intérêt, puisqu'elles peuvent être utilisées afin de caractériser certaines méthodes d'agrégation (il est possible que certaines méthodes les satisfassent), cependant elles ne peuvent être considérées comme absolument nécessaires.

Les lignes grisées dans la Table 1 contiennent les propriétés que nous jugeons indispensables lorsque l'on se concentre sur la relation d'attaque. Notons également qu'aucune des méthodes existantes ne satisfait pleinement l'ensemble des propriétés souhaitées. Cela signifie que la définition de bons opérateurs d'agrégation est encore nécessaire. De plus, l'exemple 1 permet de mettre en avant certaines incompatibilités entre les propriétés de rationalité d'agrégation de systèmes d'argumentation basées sur les extensions et celles basées sur les attaques. Les deux approches étant raisonnables, la définition de deux ensembles de postulats, l'un basé sur les extensions et l'autre sur les attaques, semble plus appropriée.

4. σ-MAJ, ca_σ-MAJ, sa_σ-MAJ, σ-U, ca_σ-U, sa_σ-U, CLO, σ-C, ca_σ-C, and sa_σ-C

9 Conclusion

Dans cet article, nous avons d'abord décrit les travaux existants où les auteurs proposent des méthodes d'agrégation de systèmes d'argumentation abstraits de Dung. Nous nous sommes focalisés sur les méthodes prenant en entrée un ensemble de systèmes d'argumentation abstraits et retournent un système d'argumentation, un ensemble de systèmes d'argumentation ou un ensemble d'extensions.

Nous avons également étudié comment utiliser les *weighted argumentation frameworks* (WAF) afin d'agréger un ensemble de systèmes d'argumentation, et proposons trois définitions possibles dont FUS_{MajNT} semble la plus convaincante.

Nous montrons qu'il existe peu de propriétés satisfaites par les opérateurs d'agrégation existants. L'explication semble incriminer deux suspects : les propriétés et les opérateurs. D'un coté, certaines propriétés semblent trop fortes dans le cas général. De l'autre, les opérateurs existants ne satisfont pas les propriétés jugées désirables.

Nos résultats semblent indiquer que beaucoup d'efforts sont encore nécessaires sur les deux fronts. Que ce soit sur une étude plus approfondie des propriétés de rationalité pour les méthodes d'agrégation pour l'argumentation abstraite, que sur la définition d'autres (meilleures ?) méthodes d'agrégation.

Nous prévoyons d'étudier si l'utilisation des propriétés provenant de la fusion en logique propositionnelle [16] pourrait être plus appropriée. En effet, ces propriétés ont été définies pour un cadre (la logique propositionnelle) qui dispose d'une certaine structure. Nous travaillons donc sur la traduction de ces propriétés afin de les adapter au cadre des systèmes d'argumentation, de façon similaire à ce qui a été fait récemment pour la révision des croyances [10], afin de définir si les propriétés de rationalité peuvent être jugées plus adéquates, et ainsi obtenir quelques idées visant à définir de nouvelles méthodes d'agrégation.

Références

[1] Leila Amgoud and Srdjan Vesic. On revising argumentation-based decision systems. In *10th European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty (ECSQARU'09)*, pages 71–82. Springer, 2009.

[2] Ringo Baumann. Normal and strong expansion equivalence for argumentation frameworks. *Artificial Intelligence*, 193 :18–44, 2012.

[3] Guido Boella, Souhila Kaci, and Leendert van der Torre. Dynamics in argumentation with single extensions : Abstraction principles and the grounded extension. In *10th European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty (ECSQARU'09)*, pages 107–118. Springer, 2009.

[4] Elise Bonzon and Nicolas Maudet. On the outcomes of multiparty persuasion. In *10th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS'11)*, pages 47–54, 2011.

[5] Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint-Cyr, and Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Revision of an argumentation system. In *11th International Conference on the Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'08)*, pages 124–134, 2008.

[6] Claudette Cayrol and Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Weighted argumentation systems : A tool for merging argumentation systems. In *IEEE 23rd International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI'11)*, pages 629–632, 2011.

[7] Sylvie Coste-Marquis, Caroline Devred, Sébastien Konieczny, Marie-Christine Lagasquie-Schiex, and Pierre Marquis. On the merging of Dung's argumentation systems. *Artificial Intelligence*, 171(10-15) :730–753, 2007.

[8] Sylvie Coste-Marquis, Sébastien Konieczny, Pierre Marquis, and Mohand-Akli Ouali. Selecting extensions in weighted argumentation frameworks. In *4th International Conference on Computational Models of Argument (COMMA'12)*, pages 342–349, 2012.

[9] Sylvie Coste-Marquis, Sébastien Konieczny, Pierre Marquis, and Mohand-Akli Ouali. Weighted attacks in argumentation frameworks. In *13th International Conference on the Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'12)*, pages 593–597, 2012.

[10] Sylvie Coste-Marquis, Sébastien Konieczny, Jean-Guy Mailly, and Pierre Marquis. On the revision of argumentation systems : Minimal change of arguments statuses. In *14th International Conference on the Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'14)*, pages 52–61, 2014.

[11] Célia da Costa Pereira, Andrea Tettamanzi, and Serena Villata. Changing one's mind : Erase or rewind ? In *22nd International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'11)*, pages 164–171, 2011.

[12] Phan Minh Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games. *Artificial Intelligence*, 77(2) :321–358, 1995.

[13] Paul E. Dunne, Anthony Hunter, Peter McBurney, Simon Parsons, and Michael Wooldridge. Weighted argument systems : Basic definitions, algorithms, and complexity results. *Artificial Intelligence*, 175(2) :457–486, 2011.

[14] Paul E. Dunne, Pierre Marquis, and Michael Wooldridge. Argument aggregation : Basic axioms and complexity results. In *4th International Conference on Computational Models of Argument (COMMA'12)*, pages 129–140, 2012.

[15] Dov M. Gabbay and Odinaldo Rodrigues. A numerical approach to the merging of argumentation networks. In *13th International Workshop on Computational Logic in Multi-Agent Systems (CLIMA'12)*, pages 195–212, 2012.

[16] Sébastien Konieczny and Ramón Pino Pérez. Merging information under constraints : a logical framework. *Journal of Logic and Computation*, 12(5) :773–808, 2002.

[17] Gerald H. Kramer. A dynamical model of political equilibrium. *Journal of Economic Theory*, 16(2) :310–334, December 1977.

[18] Donald G. Saari and Vincent R. Merlin. The copeland method 1 ; relationships and the dictionary. *Economic Theory*, 8, 1996.

[19] Paul B Simpson. On Defining Areas of Voter Choice : Professor Tullock on Stable Voting. *The Quarterly Journal of Economics*, 83(3) :478–90, August 1969.

[20] Fernando A. Tohmé, Gustavo Adrian Bodanza, and Guillermo Ricardo Simari. Aggregation of attack relations : A social-choice theoretical analysis of defeasibility criteria. In *5th International Symposium on Foundations of Information and Knowledge Systems (FoIKS'08)*, pages 8–23, 2008.